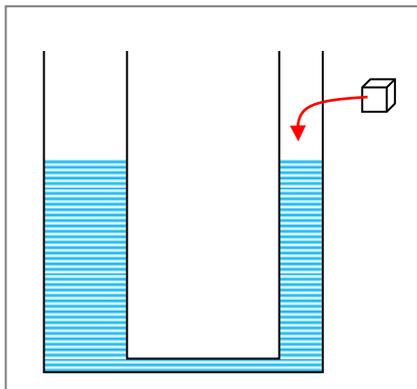


«случайно» добавлены потом «злоумышленником», поэтому сладость напитка Васи «не пострадала». Вася может не заметить подмены.

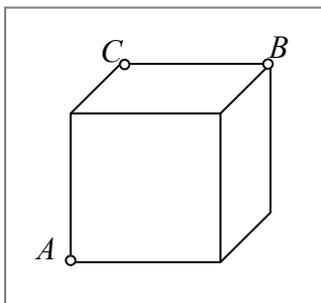
Задача 4.



В сообщающиеся сосуды залита вода. Площади сечений сосудов различаются в 2 раза. Площадь сечения узкого сосуда равна $2a^2$. В этот узкий сосуд бросают кубик с размером ребра (a) изготовленного из материала, плотность которого в 2 раза меньше плотности воды. Определите изменение уровня воды в сообщающихся сосудах. Величина $a = 2$ см.

Решение

Добавление кубика массой $m = \frac{1}{2}a^3 = 4$ г эквивалентно добавлению в левый сосуд 4 граммов воды, объём которой равен 4 см³. Этот объём воды «делится» между сосудами пропорционально их площади сечения. В левый сосуд попадёт $\frac{2}{3}4 = \frac{8}{3}$ см³, в правый $\frac{1}{3}4 = \frac{4}{3}$ см³. уровень воды поднимется на $\Delta h = \frac{4}{3(2 \cdot 2^2)} = \frac{1}{6}$ см

8 класс**Задача 1.**

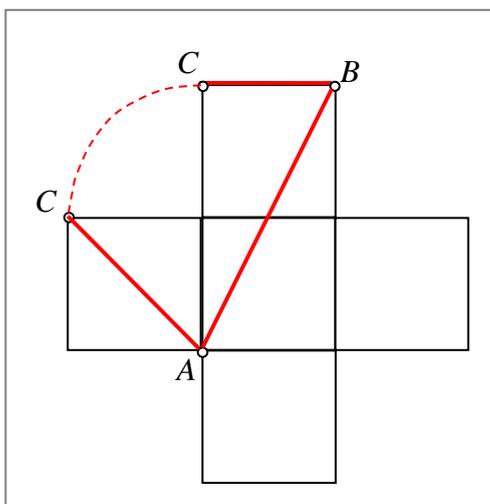
Божья коровка ползёт по поверхности куба с размером ребра 1 м. Скорость движения 1 см/с. и не зависит от расположения грани куба. За какое минимальное время божья коровка пройдёт маршрут А-В-С-А?

Решение

Рисуем «развёртку» куба, на которой отмечаем кратчайший путь движения. Его длина равна $S = \sqrt{1^2 + 2^2} + 1 + \sqrt{1^2 + 1^2} = 1 +$

$$\sqrt{2} + \sqrt{5} \approx 4,65 \text{ м}$$

$$\text{Время движения } t = \frac{S}{v} = \frac{465}{1} = 465 \text{ с}$$

**Задача 2.**

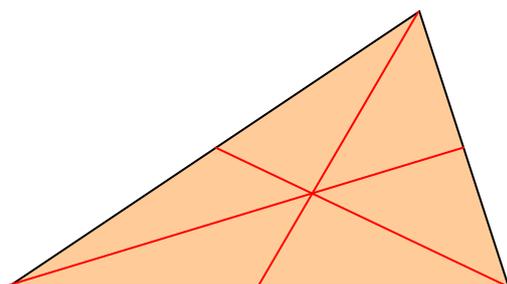
Плоская деталь в форме параллелограмма изготовлена по следующей схеме. Картонная модель параллелограмма была разделена большой диагональю (на два треугольника). Затем каждый треугольник был разделён медианами на 6 частей. Затем отдельные одинаковые по форме части были заменены копиями, изготовленными из разных металлов. Используемые металлы и их плотности

представлены в таблице. Определите среднюю плотность «целого» параллелограмма, собранного из отдельных металлических деталей.

Металл	Плотность г/см ³
Алюминий	2,7
Олово	7,3
Медь	8,9
Серебро	10,5
Свинец	11,3
Золото	19,3

Решение

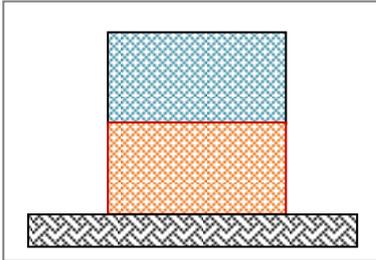
«Большая» диагональ делит параллелепипед на два одинаковых треугольника, поэтому достаточно рассчитать среднюю плотность только одного треугольника. (Можно почитать учебник Л. С. Атанасян и др. «Геометрия 7,8,9», Просвещение, 2008, стр. 153, зад. 571)



Легко доказывается, что медианы делят треугольник на 6 одинаковых по площади треугольников. Поэтому средняя плотность равна «среднему арифметическому» плотностей используемых металлов.

$$\bar{\rho} = \frac{m}{S} = \frac{\sum_{k=1}^6 \rho_k \cdot S / 6}{S} = \frac{\sum_{k=1}^6 \rho_k}{6} = \frac{60}{6} = 10 \text{ г/см}^3.$$

Задача 3.



Куб состоит из двух одинаковых частей, изготовленных из разных металлов (меди и алюминия). Горячий куб ставят на подставку, которая очень плохо проводит тепло. При каком положении куба (медной часть вниз или вверх) куб остывает быстрее? Свой ответ следует обосновать.

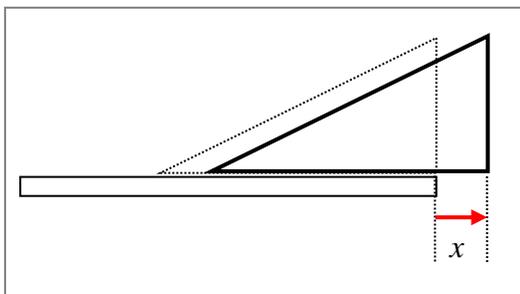
Для решения задачи нужно знать, что медь примерно в 2 раза лучше проводит тепло, чем алюминий.

Решение

Куб остынет быстрее, если его поставить алюминиевой частью вниз. Медь лучше проводит тепло, поэтому поверхность меди будет всегда более горячая, чем поверхность алюминия. Отток тепла от кубика пропорционален разности температур кубика и окружающего воздуха. Поэтому, когда мы поставим кубик медной его частью вверх, то остывающая поверхность в большей степени будет медной. Отношение поверхностей

$$\frac{S_{\text{меди}}}{S_{\text{алюминия}}} = \frac{3}{2}.$$

Задача 4.



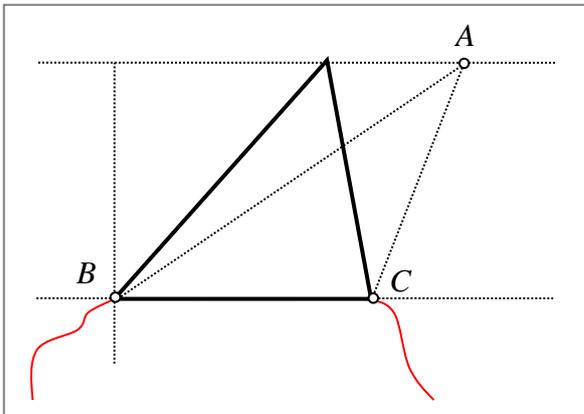
На краю стола стоит прямоугольный треугольник с длиной основания 30 см. На какое минимальное расстояние нужно очень медленно сдвинуть треугольник, чтобы он опрокинулся (упал со стола)? Попробуйте решить эту задачу экспериментально (если вы не смогли решить её теоретически) с помощью линейки и треугольника, вырезанного из картона.

Решение

Первоначально нужно доказать, что центр масс однородного треугольника находится на пересечении медиан. Медианы пересекаются в точке, которая делит их в отношении 2-1 («два к одному»). Чтобы куб опрокинулся его нужно сдвинуть на третью часть его основания, на 10 см.

Задача 5.

Треугольник сделан из проволоки. Высота и основание треугольника равны по 1 м. Сопротивление одного метра проволоки, из которой изготовили треугольник равно 10 Ом. Какой формы должен быть треугольник (где должна находиться его вершина (А)), чтобы



сопротивление между точками его основания (В-С) было бы минимальным. Определите это минимальное сопротивление.

При решении этой задачи вам нужно определить форму треугольника с минимальным периметром (при постоянной высоте и длине основания).

Решение

Легко доказать, что минимальным периметр будет у равнобедренного треугольника. Для этого достаточно сравнить периметры прямоугольного треугольника и равнобедренного

Прямоугольный $p = 1 + 1 + \sqrt{2} = 2 + \sqrt{2} \approx 3,41$ м

Равнобедренный $p = 2 \cdot \sqrt{1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} \approx 2,24$ м

Таким образом, верхняя часть равнобедренного треугольника будет иметь сопротивление 22,4 Ом

Сопротивление между нижними точками (В-С) – это сопротивление при параллельном соединении проводников

$$R_{BC} = \frac{10 \cdot 22,4}{10 + 22,4} \approx 6,9 \text{ Ом}$$